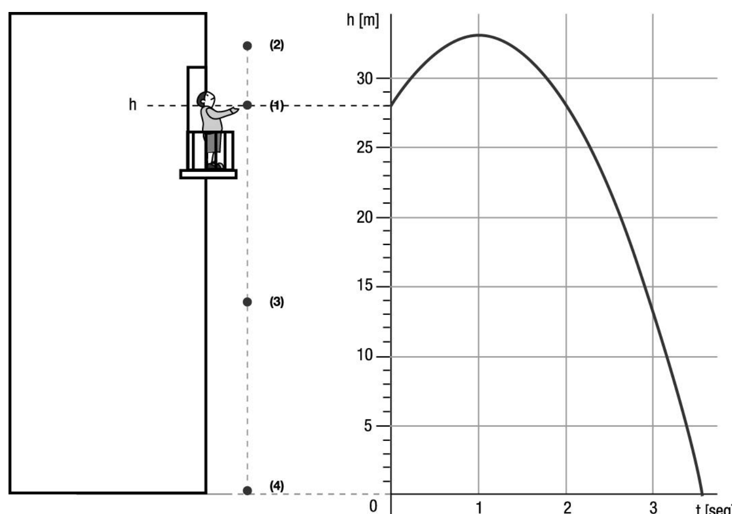
Funciones cuadráticas

Tiro vertical y economía

ACTIVIDAD 1

Desde la ventana de su casa, Jorge arroja una piedra verticalmente hacia arriba. Sabemos, por lo aprendido en Física, que la función que describe la altura de la piedra (expresada en metros) en función del tiempo (expresado en segundos) es: $h(\mathbf{t}) = -5\,\mathbf{t}^2 + 10\,\mathbf{t} + 28$. El siguiente es un esquema de la situación, acompañado por un gráfico de la función h(**t**):



a. ¿Para qué valores de t es válida la función h(t), es decir, representa la altura de la piedra?

b. ¿A qué altura está la ventana desde donde se arrojó la piedra? ¿Qué valor de t permite calcular la altura?

c. Indiquen en el gráfico los puntos correspondientes a las posiciones de la piedra marcadas del (1) al (4). Para cada una, indiquen la altura y el tiempo que tardó, desde que fue arrojada, en llegar a esa altura. Verifiquen que haya coherencia entre la información del gráfico y los valores correspondientes en la fórmula de h(t).

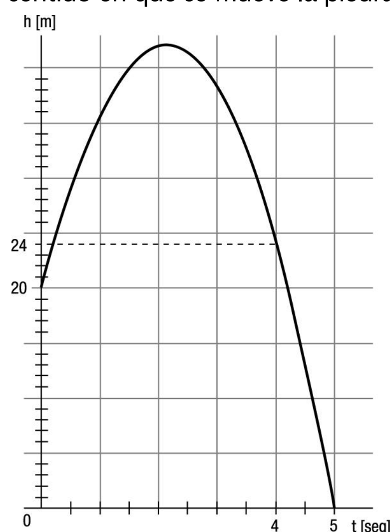
d. La velocidad de la piedra (expresada en m/seg) se puede determinar en cada instante por la función $v(t) = 10 - 10\,t$, donde t es el tiempo en segundos, desde que se la arrojó. Grafiquen esta función, para el intervalo de tiempo desde que se arroja la piedra hasta que llega al piso. Tomen en cuenta el esquema anterior, y relacionen el signo de v y el sentido en que se mueve la piedra. ¿A qué velocidad llega la piedra al piso?

Conviértanla a km/h para poder compararla con la velocidad que tendría un automóvil.

ACTIVIDAD 2

En el mismo instante en que Jorge arroja la piedra, su amigo Alberto que está en otra ventana del mismo edificio también arroja una piedra hacia arriba.

En el siguiente gráfico se representa la altura de esta segunda piedra en función del tiempo.





a. ¿A qué altura se encuentra Alberto?

b. Escriban la fórmula de la función cuadrática que expresa la altura de la piedra.

c. ¿Cuál de las dos piedras llega más alto?

d. ¿En algún momento las dos piedras están a la misma altura? Indiquen cómo lo pensaron.

Para reflexionar

- ¿Qué relación hay entre las raíces de la función $h(t) = -2t^2 + 10t + 28$ y la situación descrita en el primer problema? ¿Y entre las raíces y el gráfico de la función?
- ¿Qué datos relacionados con la situación permiten obtener las coordenadas del vértice de la parábola en cada problema?
- ¿Qué otros datos relacionados con las situaciones se pueden obtener de los gráficos? ¿Por qué?

ACTIVIDAD 3

En Economía se suele definir la "función demanda" de un producto como la cantidad de unidades compradas de ese producto en función del precio unitario del mismo.

El ingreso que se obtiene al vender un producto puede calcularse como el precio del total de las unidades demandadas.

Una empresa ha analizado la venta de uno de sus productos y llegó a las siguientes conclusiones:

- si el precio unitario de su producto se fijara en $1, la cantidad de unidades demandadas sería 1450, y
- por cada peso que se aumentara el precio unitario, se demandarían 50 unidades menos.

a. Expresen la función demanda y el ingreso en función del precio.

b. ¿Para qué valores del precio son válidas las expresiones?

c. ¿Qué tipo de funciones obtienen?

d. Hagan un gráfico aproximado de cada una.

e. ¿Cuál es el precio al que conviene vender el producto para tener el ingreso máximo?

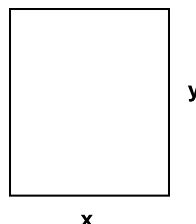
Para investigar

Dibujen un rectángulo de 16 cm de perímetro. Calculen su área.

Repitan lo anterior, para un rectángulo distinto, tratando de conseguir que el área aumente. Traten de conseguir otro rectángulo de área mayor a la de los dos anteriores. Expliquen cómo lo pensaron.

Consideren ahora todos los rectángulos de 20 cm de perímetro y expresen el área de esos rectángulos en función de uno de sus lados.

Para poder comparar con los resultados de sus compañeros, unifiquen la notación, al referirse a la base y a la altura, de la siguiente forma:



- ¿Para qué dimensiones del rectángulo el área es máxima?
  Tomen otros valores para el perímetro y realicen un estudio similar.
- ¿Qué conclusiones se pueden extraer acerca de los rectángulos de perímetro fijo y área máxima?

